

**Problème «Espérance de gain »**

( d'après le TD4, page 222, Hyperbole, Première S 2005 )

**Énoncé :**

Un forain propose un jeu qui consiste à lancer trois dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. La règle du jeu est la suivante :

Le joueur mise 1€. S'il obtient au moins un 4 avec les trois dés, il récupère sa mise et le forain lui donne en plus autant d'euros que le nombre de 4 obtenus avec les trois dés. Sinon, le joueur perd sa mise.

On se propose de déterminer le gain moyen du joueur afin de savoir si le jeu est équitable.

**Partie A. Etude expérimentale**

1. En utilisant un tableur, effectuer une simulation de taille 100 de cette expérience aléatoire et calculer le gain moyen d'un joueur.
2. Faire d'autres simulations de même taille. Le jeu vous semble-t-il équitable ?

**Partie B. Étude probabiliste**

Mettre en place des calculs permettant de valider ou d'invalider la conjecture émise sur l'équité du jeu

**Commentaires****Partie A : étude expérimentale**

Même si la taille de l'échantillon est fixée, le TP doit permettre de revisiter la notion de fluctuation d'échantillonnage et la portée concrète de la loi des grands nombres. L'enseignant peut aussi laisser le choix à l'élève du nombre d'expériences à reproduire.

**Partie B : étude probabiliste**

Il n'est pas souhaitable de fermer les questions. Selon les objectifs visés, la place dans la progression et le vécu des élèves dans le domaine concerné, l'enseignant peut choisir de donner quelques éléments pour aider les élèves à avancer dans l'étude, par exemple :

- suggérer un codage (triplet ordonné) pour fixer l'univers ;

-demander le nombre de résultats possibles, le nombre de façons d'obtenir trois 4, deux 4 ou aucun 4 ;

- proposer de calculer le gain moyen du joueur.

Cependant, il est préférable de laisser une grande prise d'initiative aux élèves et de susciter un débat de classe permettant de confronter les idées. De plus, le fait de faire une simulation avant de résoudre mathématiquement le problème devrait permettre aux élèves de porter un regard critique sur leurs résultats, donc de repérer d'éventuelles erreurs et de chercher à les corriger (calculs ou raisonnement).

**Prise en compte de la différenciation du travail**

Cette différenciation (indispensable pour développer l'autonomie de chaque élève) est d'autant plus favorisée que l'énoncé est ouvert. Le débat de classe s'en trouve enrichi, l'enseignant pouvant s'appuyer sur les difficultés, les questions et les productions des élèves pour faire avancer le groupe classe. Tout dépend du degré de maîtrise des compétences mises en jeu. Pendant la séance, le point sur l'avancée des travaux peut être fait régulièrement avec la classe (ou mieux par la classe !) :

- Prise de contact avec la situation : on rappelle collectivement comment on simule le lancer d'un dé. L'enseignant peut alors accompagner le travail TICE des élèves les moins autonomes.
- Après un temps de travail suffisant, un premier point est fait sur l'organisation de la feuille de calcul. On se met également d'accord sur une méthode possible de calcul du gain du joueur lors d'un jeu. Le professeur propose, si besoin, une méthode de grande recopie.
- Après une nouvelle phase de recherche individuelle, on compare les gains moyens obtenus ; on débat sur les techniques utilisées, sur la taille de l'échantillon et on essaie de répondre à la question de l'équité du jeu.
- Avant la fin de l'heure, des techniques de dénombrements adaptées à l'exercice sont proposées par les élèves les plus autonomes.

La partie mathématique fait alors l'objet d'un travail à la maison, accompagné si besoin lors d'un rendez-vous en classe.