

Correction du sujet 3

Esercizio

Una pulce cammina sulla schiena di un asino.

Il suo primo salto misura 40 cm. Poi per la stanchezza, ogni salto successivo misura la metà del salto precedente .

Indichiamo con S_n , la lunghezza in centimetri dell'ennesimo salto.

1. Dare S_1 : $S_1 = 40$. Calcoliamo: $S_2 = 0,5 \times 40$, $S_2 = 20$ cm , $S_3 = 0,5 \times 20$, $S_3 = 10$ cm .
2. Il tipo della progressione : la lunghezza di un salto al salto successivo è divisa per due quindi moltiplicato per 0,5 .
La progressione è geometrica di termine iniziale : $S_1 = 40$ e di ragione 0,5 .
3. •La formula ricorsiva : per $n \in \mathbb{N}^*$, $S_{n+1} = S_n \times 0,5$.
•La formula generale di u_n : per $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = 40 \times 0,5^{n-1}$
4. Calcoliamo la lunghezza del sesto salto : $S_6 = 40 \times 0,5^5$, $S_6 = 1,25$ cm .
5. la lunghezza sarà minore di un millimetro : $S_n < 0,1$.
Con la calcolatrice : $S_9 = 0,15625$ e $S_{10} \approx 0,078$.
Dal decimo salto in poi, la lunghezza sarà minore di un millimetro .
6. Calcolare la lunghezza totale dopo sei salti:
 $T_6 = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_6$. T_6 è la somma di 6 termini successivi della progressione geometrica S .
Allora $T_6 = 40 \times \frac{1-0,5^6}{1-0,5}$, $T_6 = 78,75$. Dopo 6 salti, la pulce ha percorso 78,75 cm .
Dopo 12 salti : $T_{12} = 40 \times \frac{1-0,5^{12}}{1-0,5}$, $T_{12} \approx 79,98$.
Dopo 12 salti, la pulce ha percorso 79,98 cm circa .
7. Sapendo che la schiena dell'asino misura un metro:
Dopo 25 salti : $T_{25} = 40 \times \frac{1-0,5^{25}}{1-0,5}$, $T_{12} \approx 80$.
Dopo 100 salti : $T_{100} = 40 \times \frac{1-0,5^{100}}{1-0,5}$, $T_{12} \approx 80$. Non si muove più .
Non potrà camminare su tutta la lunghezza della schiena .