

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL ET TECHNOLOGIQUE
ÉPREUVE SPÉCIFIQUE DES SECTIONS EUROPÉENNES
MATHEMATIQUES – ANGLAIS

Corrigé 11 – A story of rabbits

Thème : Fibonacci and the golden ratio, sequence

Document

1. Read the first five lines of the text ending with "...to 1.618".

2. Explain what the Golden ratio is.

Le nombre d'or (ou section dorée, proportion dorée, ou encore divine proportion) est une proportion, définie initialement en géométrie comme l'unique rapport a/b entre deux longueurs a et b telles que le rapport de la somme $a + b$ des deux longueurs sur la plus grande (a) soit aussi égal à celui de la plus grande (a) sur la plus petite (b) c'est-à-dire lorsque :

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Le nombre d'or est maintenant souvent désigné par la lettre φ (phi).

Ce nombre irrationnel est l'unique solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$.

Il vaut exactement :

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

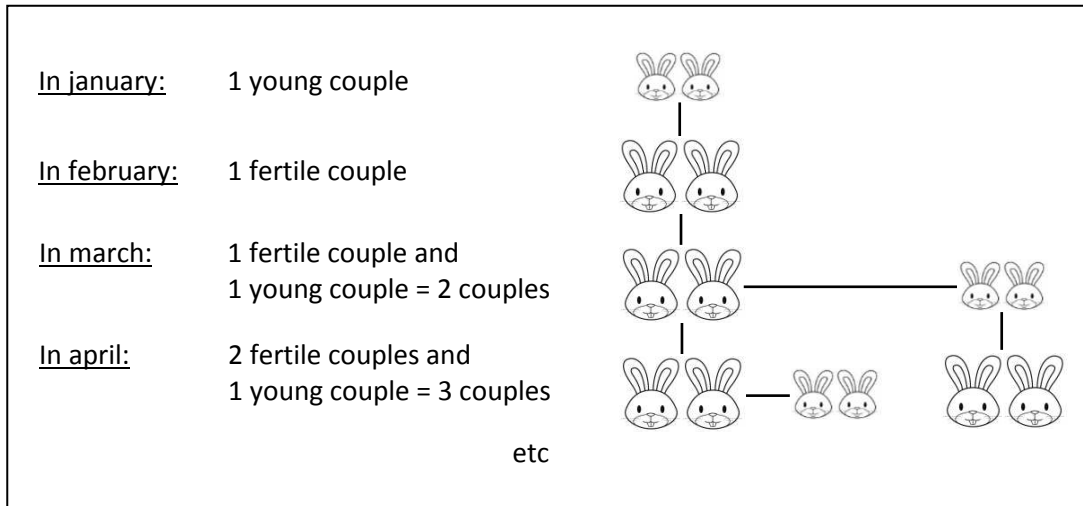
soit approximativement 1.6180339887.

Il intervient dans la construction du pentagone régulier. Ses propriétés algébriques le lient à la suite de Fibonacci. Le nombre d'or s'observe aussi dans la nature (capitules de tournesol par exemple) ou dans quelques œuvres et monuments (Pyramide de Gizeh, Parthénon, peintures de Dali...).

Exercise

The following problem has been introduced by the mathematician Fibonacci:

“Suppose a newly-born pair of rabbits, one male, one female, are put in a field. Rabbits are able to mate at the age of one month so that at the end of its second month a female can produce another pair of rabbits. Suppose that our rabbits never die and that the female always produces one new pair (one male, one female) every month from the second month on. How many pairs will there be in one year?”



- How many couple of rabbits will there be in August?

On peut utiliser le tableau suivant :

Mois	Nombre de couples fertiles	Nombre de jeunes couples	Nombre total de couples
Janvier	0	1	1
Février	1	0	1
Mars	1	1	2
Avril	2	1	3
Mai	3	2	5
Juin	5	3	8
Juillet	8	5	13
Août	13	8	21

- Explain how to calculate any terms of the sequence knowing the previous two.
Pour calculer un terme quelconque de la suite, il suffit de calculer la somme des deux termes précédents.
- Give the solution to Fibonacci's problem.
On cherche ici le nombre de lapin au mois de décembre.
On peut utiliser le principe énoncé à la question précédente.
En juillet, il y a 13 lapins et en août, il y en a 21 donc en septembre, il y a $13 + 21 = 34$ lapins.
En octobre, il y a $21 + 34 = 55$ lapins.
En novembre, il y a $34 + 55 = 89$ lapins.
En décembre, il y a $55 + 89 = 144$ lapins.
- Which kind of tool can we use to calculate the number of rabbits after 4 years?
Les élèves pourront proposer l'utilisation d'un ordinateur (tableur, algorithme) ou d'une calculatrice.

5. Compute some ratio of two consecutive numbers of the sequence.
What hypothesis can we make?

Termes de la suite	Rapports
$u_0 = u_1 = 1$	$\frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{1} = 1$
$u_2 = 2$	$\frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2$
$u_3 = 3$	$\frac{u_3}{u_2} = \frac{3}{2} = 1,5$
$u_4 = 5$	$\frac{u_4}{u_3} = \frac{5}{3} \approx 1,667$
$u_5 = 8$	$\frac{u_5}{u_4} = \frac{8}{5} = 1,6$
$u_6 = 13$	$\frac{u_6}{u_5} = \frac{13}{8} = 1,625$
$u_7 = 21$	$\frac{u_7}{u_6} = \frac{21}{13} = 1,615$
$u_8 = 34$	$\frac{u_8}{u_7} = \frac{34}{21} = 1,619$
$u_9 = 55$	$\frac{u_9}{u_8} = \frac{55}{34} = 1,618$
$u_{10} = 89$	$\frac{u_{10}}{u_9} = \frac{89}{55} = 1,618$
$u_{11} = 144$	$\frac{u_{11}}{u_{10}} = \frac{144}{89} = 1,618$

*On peut émettre l'hypothèse que les rapports tendent vers le nombre d'or.
Aucune démonstration ne peut être attendue dans cette question.*

6. What else do you know about the Golden ratio?

On peut attendre les éléments de réponse suivants :

- *Le nombre d'or, proportion et triangles semblables*
- *Le nombre d'or, solution positive de l'équation $x^2 = x + 1$.*
- *Le nombre d'or, rectangle et spirale d'or*
- *Le nombre d'or, pentagone et pentagramme*
- *Le nombre d'or en Arithmétique*
- *Le nombre d'or dans les œuvres d'arts*
- *Le nombre d'or en architecture*
- *Le nombre d'or dans la nature*
- *Le nombre d'or en musique...*

Éléments à prendre en compte pour évaluer la capacité d'analyse et d'argumentation :

- Exposer les éléments importants du texte proposé.
- Comprendre le problème proposé.
- Utiliser correctement le vocabulaire des opérations mathématiques.
- Émettre une conjecture cohérente à partir des rapports calculés.